



Методическое обеспечение формирования математической грамотности в 7-9-х классах

Л.О. Рослова, канд. пед. наук, заведующий лабораторией математического общего образования и информатики, Институт стратегии развития образования Российской академии образования, главный редактор журнала «Математика»



Ответим на вопросы:

❖ *Что дает нам аналитика международных исследований?*

- Что показывает сравнение результатов PISA и TIMSS?
- Что отличает образование в странах-лидерах?
- Из чего складывается формирование математической грамотности?

❖ *Как формировать математическую грамотность?*

- Что разработано и чем можно пользоваться учителю:
банк заданий и учебные пособия
- Рекомендации

Сравнение результатов TIMSS и PISA в 2015 году

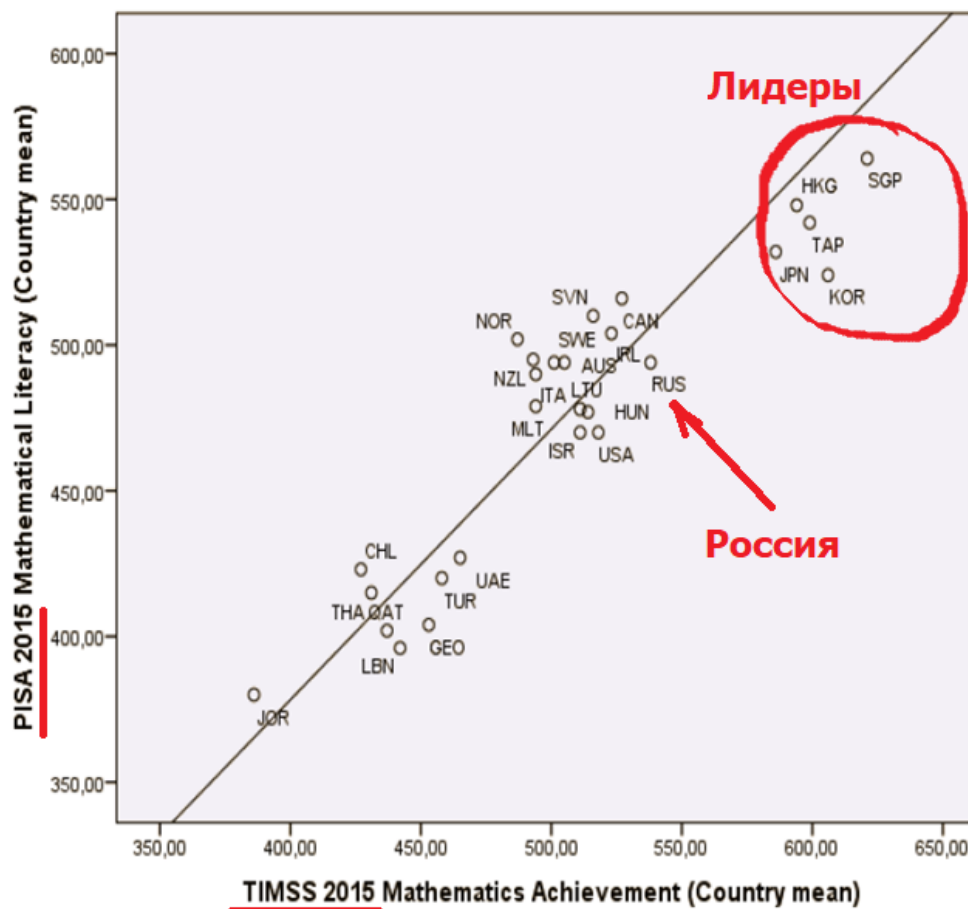


Figure 1: Relationship between country mean scores for TIMSS 2015 (Mathematical Achievement) and PISA 2015 (Mathematics Literacy). The straight line illustrates the linear regression.

Динамика результатов стран в TIMSS и PISA в 2003 и 2015 гг.

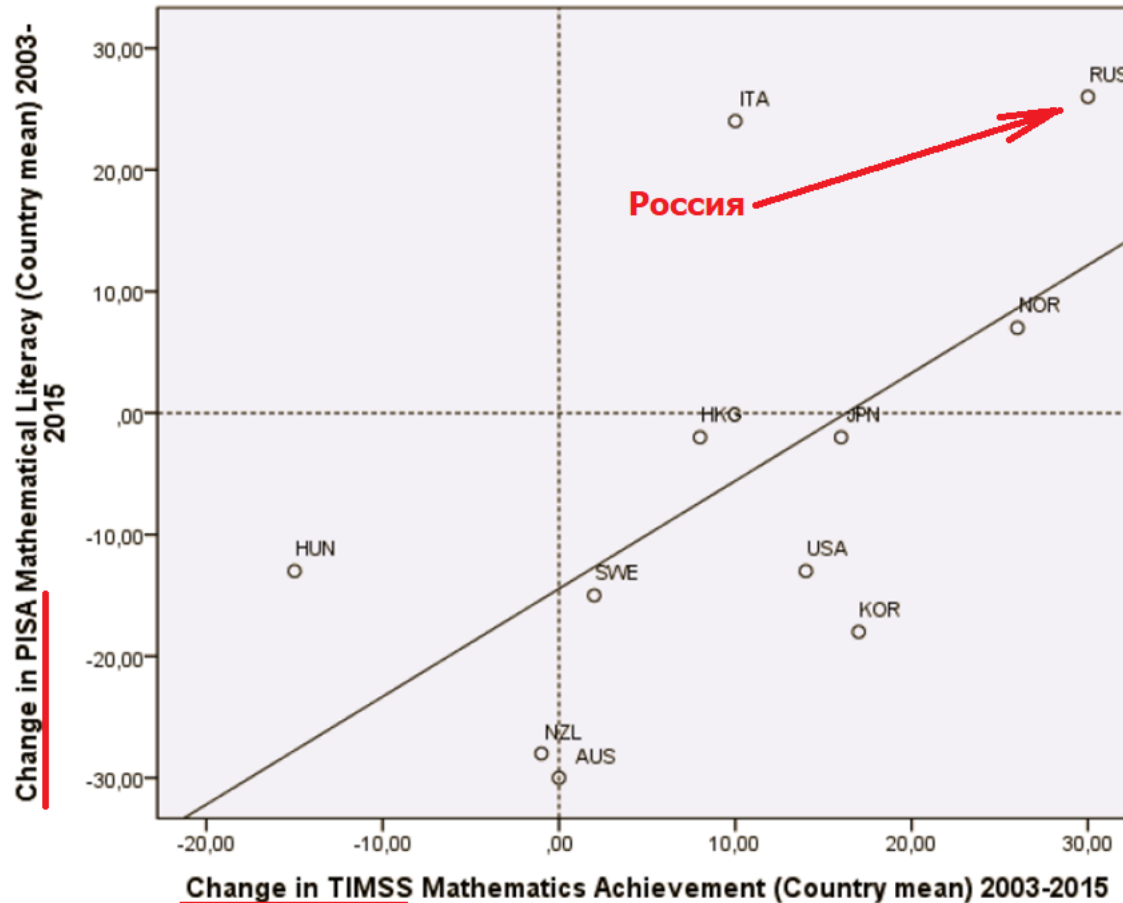


Figure 3: Relationship between change in country mean scores between 2003 and 2015 for TIMSS (Mathematics Achievement) and PISA (Mathematics Literacy). The straight line illustrates the linear



2003 – 2015: Что изменилось в системе общего образования в нашей стране?

- **Стандарты 2004 г.:** введение вероятностно-статистической линии, требований к результатам обучения, выделены прикладные результаты
- **ОГЭ:** независимая оценка, экзамен по математике, открытый банк заданий, тестовая форма КИМ, «реальная математика», критериальное оценивание
- **ФГОС ООО и ПООП:** предметные, метапредметные и личностные результаты; два уровня требований



Подумайте!

- Что из инноваций последних 15-ти лет, с Вашей точки зрения, вошло в практику и сознание учителя, а что осталось недопонятым, «не прижилось»?



Функциональная грамотность:

Что отличает обучение в странах-лидерах?

- Фокус не на деятельности учителя по представлению нового материала, а на стимулировании *самостоятельной учебной деятельности* ученика. Важно, что делают дети, а не учитель. **Обучение через деятельность:** активный ученик - уточняет задачу, ищет информацию, представляет результат, формулирует критерии оценки, вместе с учителем оценивает успешность выполнения
- **Мотивирующая образовательная среда**
- **Персонализированное обучение:** учебные задачи релевантны опыту ученика, актуальны для него
- **Проектное обучение:** межпредметные групповые проекты различной продолжительности, в том числе в связке с реальными задачами своего сообщества
- **Обучение через исследование:** развитие познавательной сферы
- **Оценивание для обучения:** выполняет функцию обратной связи – показывает сильные и слабые результаты, главное - ближайшие и долгосрочные учебные цели, а не фиксация неудач



Что важно для формирования математической грамотности?

- **Системность** формируемых математических знаний, необходимость теоретической базы: без знаний нет применения
- Формировать **готовность** к взаимодействию с математической стороной окружающего мира: через опыт и погружение в реальные ситуации
- Учить математическому **моделированию** реальных ситуаций и переносить способы решения учебных задач на реальные, создавать **опыт поиска** путей решения жизненных задач
- Развивать **когнитивную сферу**, учить познавать окружающий мир, задаваться вопросами, рассуждать и решать задачи **разными способами**
- Формировать **компетенции**: коммуникативную, читательскую, информационную, социальную
- Развивать **регулятивную** сферы и **рефлексию**: учить планировать деятельность, конструировать алгоритмы (вычисления, построения и пр.), контролировать процесс и результат, выполнять проверку на соответствие исходным данным и правдоподобие, коррекцию и оценку результата деятельности



Направления формирования математической грамотности

Реализация ФГОС и Примерной рабочей программы

[Примерные рабочие программы \(edsoo.ru\)](http://edsoo.ru)

- Предметные результаты обучения
- Метапредметные результаты обучения

Введение новых заданий, основанных на реальных ситуациях

- Используем реальные ситуации, чтобы учить распознавать математику и моделировать ситуацию на языке математики: От реальной ситуации к текстовой задаче (Чему равна площадь столешницы?)
- От текстовой задачи к реальной ситуации: трансформируем, «надстраиваем» текстовые задачи



Примерная рабочая программа. Метапредметные результаты освоения программы

Познавательные действия

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).



Примерная рабочая программа. Метапредметные результаты освоения программы

Регулятивные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации;

Самоконтроль:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.



Примерная рабочая программа. Тематическое планирование

Виды деятельности обучающихся

• Предметные:

- Осваивать понятия, способы, Формулировать определения, Изучать свойства, Решать задачи
- Вычислять, строить, изображать, измерять, Распознавать, Записывать формулу, выражение, Формулировать и применять правило, алгоритм, Сравнить и упорядочивать

• Метапредметные:

- Решать задачи разными способами, Сравнить, выбирать, предлагать и обсуждать способы решения задачи, алгоритмы, методы, Осуществлять самоконтроль и самопроверку
- Находить экспериментальным путем, Моделировать, Конструировать
- Наблюдать и анализировать, Выявлять сходства и различия
- Иллюстрировать, Приводить примеры, контрпримеры
- Исследовать, Выдвигать гипотезы, Обосновывать, опровергать
- Решать задачи из повседневной жизни
- Знакомиться с историей развития математики
- Применять цифровые ресурсы



«Мягкий» мониторинг

Контекст: <ul style="list-style-type: none">• <i>Личная жизнь</i>• <i>Образование/ профессии</i>• <i>Общественная жизнь</i>• <i>Научная деятельность</i>	Когнитивная область: <ul style="list-style-type: none">• <i>Формулирование</i>• <i>Применение</i>• <i>Интерпретирование/оценивание</i>• <i>Рассуждение</i>	Область содержания: <ul style="list-style-type: none">• <i>Изменение и зависимости</i>• <i>Пространство и формы</i>• <i>Неопределенность и данные</i>• <i>Количество</i>
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ		
Основные положения: <ul style="list-style-type: none">• Соответствие ФГОС• Актуальность содержания (по классам)• Использование компьютера	Требования к заданиям: <ul style="list-style-type: none">• Комплексность (источники, виды информации, вопросы)• Мотивация (возраст, интерес, доступность)• Контекстность, реалистичность• Проблемность• Вариативность решений• Уровневость	Структура задания: <ul style="list-style-type: none">• Текст-описание – вербальный, графический• Фото иллюстрации• Справочный материал• Вопросы

Пример задания. 8 кл. «Пособие на ребенка»

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (2задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Пособие на ребёнка

Семья имеет право получать от государства ежемесячное пособие на ребёнка в возрасте до трёх лет, если подходит под установленный критерий:

Если сложить все доходы семьи за последние 12 месяцев и разделить их на количество членов этой семьи (родителей и несовершеннолетних детей), а затем найденный средний среднедушевой доход разделить на 12, то на одного человека должно получиться меньше двух прожиточных минимумов, установленных в субъекте Российской Федерации для трудоспособного населения.

Семья Ивановых состоит из четырех человек (мама, папа и двое детей). Одному из детей ещё не исполнилось трёх лет, и семья хочет получать на него ежемесячное пособие.



https://aprinr.su/uploads/posts/2019-06/1560950481_foto-semi.jpg

Доходы родителей за последние 12 месяцев указаны в таблице:

Член семьи	Доход за последние 12 месяцев, руб.
Мама – Иванова Мария Петровна	347 040
Папа – Иванов Сергей Андреевич	429 000

В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11 054 рубля.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

- Да
 Нет

Обоснование: _____

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Ежемесячный заработок Ивановой Марии Петровны _____ руб.

Ежемесячный заработок Иванова Сергея Андреевича _____ руб.

Обоснование: _____

Пример задания «Пособие на ребенка»

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ. Часть 1.

Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Пособие на ребенка. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Дан ответ: «Да». Приведено верное обоснование. <i>Возможное обоснование:</i> 1) $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.); 2) $11054 \cdot 2 = 22\,108$ (руб.); $16\,167,5 < 22\,108$.
1	Дан ответ: «Нет». Приведено обоснование, где сравниваются числа 16 167,5 и 11054 (не все условия выполнены – сравнивают с одним прожиточном минимумом, а не с двумя). $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.); $16\,167,5 > 11\,054$
0	Другие ответы.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

- Да
 Нет

Обоснование: _____

- Текстовая информация и числовые данные, вербальное правило, таблица
- Действия с рациональными числами, округление, сравнение
- Планировать решение
- Действия по алгоритму
- Конструировать пример, анализировать

Пример задания «Пособие на ребенка»

Пособие на ребенка. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста);
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Ежемесячный заработок Ивановой Марии Петровны _____ руб.

Ежемесячный заработок Иванова Сергея Андреевича _____ руб.

Обоснование: _____

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков составляет не менее 88432 рублей. Приведено обоснование, в котором общая сумма заработков сравнивается с 88432 руб.
1	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков не менее 88432 рублей. Однако не приведено обоснование ответа, либо нет сравнения с числом 88432.



Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Успешность выполнения этих двух заданий существенно зависит не только от предметных знаний учащихся, но и от владения стратегиями смыслового чтения, то есть метапредметных умений. К ним также следует отнести и такие виды деятельности, как:

- удержание в процессе решения задачи всех условий, необходимых для ее решения, контроль соблюдения ограничений при нахождении решения и интерпретация полученного результата;
- работа с информацией, представленной в различной форме (текст, таблица).

Кроме того, успешность зависит и от сформированности познавательных универсальных учебных действий логического и алгоритмического характера и общих приемов решения задач.

Оба задания ситуации относятся к области содержания «Количество», этот материал чаще всего изучается в 5-х – 6-х классах: выполнять вычисления с натуральными числами, сравнивать натуральные числа (задание 2), интерпретировать полученную в результате вычислений десятичную дробь, сравнивать ее с натуральным числом (задание 1). Из прочих умений используются: читать и интерпретировать данные таблицы; составлять высказывания, излагать решение в письменной форме.

Когнитивная деятельность характеризуется применением навыков выполнения алгоритмических предписаний (задание 1) и использования рассуждений для построения требуемого примера (задание 2).

Первое задание относится к заданиям **среднего уровня** математической грамотности, т.к. представлена конкретная, четко заданная ситуация, в задании два источника информации (вставку в рамке, содержащую информацию нормативного характера с алгоритмом подсчета, можно считать отдельным источником), информация двух видов – текстовая и числовая, часть из которой представлена в таблице. Для ответа на вопрос надо следовать четко

Банк заданий.

Пример задания. 8 кл. «Пособие на ребенка»

описанному алгоритму, взяв конкретную информацию из таблицы и из текста вне таблицы, и записать решение, отражающее выполнение этих шагов алгоритма.

Второе задание относится к заданиям **повышенного уровня** математической грамотности, т.к. ученику необходимо самостоятельно сконструировать пример, построенный на отрицании описанной ситуации (привести пример, при каких доходах семья НЕ будет иметь право на льготу). При этом требуется продемонстрировать четкое понимание ограничений ситуации, сохранить ее реалистичность, проявить числовую интуицию.

- Пролонгация числовой линии в 7-9 кл., калькулятор
- Финансовая грамотность
- Метапредметность
- Статистика, реальные данные
- Персонализация сюжета



Обсудите с учителями! (методобъединения)

- При изучении каких тем Примерной рабочей программы по математике могут использоваться задания открытого банка [Математическая грамотность \(instraio.ru\)](http://instraio.ru)? Можно составить таблицу, указав курс и тему.



Стратегии обучения: рекомендации от PISA учителям математики

- Обеспечить сочетание стратегий обучения, ориентированных на учителя и учащихся (*учите и давайте учиться самостоятельно*)
- Используйте стратегии, развивающие когнитивные навыки (*учите думать каждого*)
- Сочетайте стратегии обучения, основанные на запоминании, с другими стратегиями
- Подчеркните важность использования стратегий понимания и системности для решения сложных задач. Оценивайте так, чтобы стимулировать более глубокое изучение
- Используйте для контроля разные стратегии (*формирующего, критериального оценивания*)
- Обращайте внимание, как учатся учащиеся. Поощряйте их размышлять над тем, как они учатся (*учите учиться*)
- Позволяйте сложности ситуации самой направлять стратегии обучения (*подстраивайтесь под ситуацию*)



Учебное пособие

«Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

- **Учить, а не натаскивать!**
- **Комплексность:** предметные навыки, виды когнитивной деятельности, разные вопросы и решения, возможные ошибки, интерпретация результатов
- **Самоконтроль и самопроверка:** ответы и решения, критерии оценивания
- **Обратная связь.** Динамика результатов: стартовые задания – обучающие – итоговые
- **Метапредметность:** смысловое чтение, работа с информацией, критическое мышление, работа с утверждениями
- **Креативность**
- **Вариативность** использования



МОДУЛЬ 2

СТАРТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	39
Вязаные вещи.....	—
Новое дорожное покрытие.....	41
Проверьте себя! Ответы и комментарии к стартовым заданиям	44
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «ВЯЗАНЫЕ ВЕЩИ»	46
Знаете ли вы?	—
Верно или неверно?	48
Пример и контрпример.....	—
Всегда — Никогда — Иногда.....	49
Разные решения	50
Найдите ошибку	51
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям	52
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «НОВОЕ ДОРОЖНОЕ ПОКРЫТИЕ»	54
Знаете ли вы?	—
Верно или неверно?	57
Пример и контрпример.....	58
Всегда — Никогда — Иногда.....	59
Разные решения	60
Найдите ошибку	61
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям	62
ИТОГОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	65
Вязаные вещи.....	—
Новое дорожное покрытие.....	66
Проверьте себя! Ответы и комментарии к итоговым заданиям	70
СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ К СИТУАЦИИ «ВЯЗАНЫЕ ВЕЩИ»	72



Фрагменты пособия

«Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

СОДЕРЖАНИЕ

ВСТУПИТЕЛЬНОЕ СЛОВО	3
ВВЕДЕНИЕ	5

МОДУЛЬ 1

СТАРТОВЫЕ ЗАДАНИЯ	7
Аренда автомобиля	7
Устройства для хранения информации	8
Блины.....	11
Проверьте себя! Ответы и комментарии к стартовым заданиям	14
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «АРЕНДА АВТОМОБИЛЯ»	18
Понятна ли ситуация?	18
Знаете ли вы?	19
Верно или неверно?	21
Пример и контрпример	21
Всегда — Никогда — Иногда	22
Разные решения	22
Найдите ошибку	23
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям	24
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «УСТРОЙСТВА ДЛЯ ХРАНЕ- НИЯ ИНФОРМАЦИИ»	28
Понятна ли ситуация?	28
Знаете ли вы?	30
Верно или неверно?	31
Пример и контрпример	32
Всегда — Никогда — Иногда	32

Разные решения	33
Найдите ошибку	35
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям	36
ОБУЧАЮЩИЕ ЗАДАНИЯ К СИТУАЦИИ «БЛИНЫ»	40
Знаете ли вы?	40
Верно или неверно?	42
Пример и контрпример	44
Всегда — Никогда — Иногда	44
Найдите ошибку	45
Разные решения	47
Проверьте себя! Ответы и комментарии к обучающим заданиям	48
ИТОГОВЫЕ ЗАДАНИЯ	52
Аренда автомобиля	52
Устройства для хранения информации	53
Блины	55
Проверьте себя! Ответы и комментарии к итоговым заданиям	58
СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ К СИТУАЦИИ «АРЕНДА АВТОМО- БИЛЯ»	63
СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ К СИТУАЦИИ «УСТРОЙСТВА ДЛЯ ХРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ»	66
СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ К СИТУАЦИИ «БЛИНЫ»	68

МОДУЛЬ 2

СТАРТОВЫЕ ЗАДАНИЯ	72
Колодец	72
Зачёт по математике	74
Автоматические выключатели	75
Проверьте себя! Ответы и комментарии к стартовым заданиям	78

1
МОДУЛЬ

СТАРТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Поступление
в предпрофильный класс

Прочитайте текст и выполните задания 1 и 2.

В школе «Квадрат» после 7-го класса можно поступить в 8-й предпрофильный класс. Приём в данный класс осуществляется для всех желающих на основе конкурсного отбора согласно направлению.



Для поступления в физико-математический класс по итогам 7-го класса иметь:

- 1) годовые отметки по предметам «Математика» не ниже «4»;
- 2) средний балл годовых отметок по всем предметам не ниже 4,5.

1. Четыре одноклассницы Оля, Катя, Ира и Зоя из школы «Квадрат» решили поступать в физико-математический класс. Их годовые отметки по математике и физике и средний балл по всем предметам за 7-й класс представлены в таблице ниже. Проверьте, соответствуют ли результаты девочек условиям приёма в физико-математический класс. Поставьте знак «√» в соответствующих ячейках таблицы.

Имя	Отметки по предметам		Средний балл по всем предметам	Соответствует условиям приёма	
	Математика	Физика		Да	Нет
Оля	5	3	4,8		
Катя	5	4	4,5		
Ира	5	3	3,9		
Зоя	4	5	4,2		

2. Коля учится в школе «Квадрат» в 7-м классе и планирует поступать в физико-математический класс. Накануне окончания учебного года семиклассникам объявили их предварительные годовые отметки по всем предметам. Отметки Коли представлены в таблице.

Предметы	Предварительные годовые отметки	Предметы	Предварительные годовые отметки
Математика	5	География	5
Информатика	5	Химия	4
Физика	4	Биология	5
Русский язык	5	Физкультура	3
Иностранный язык	4	Технология	5
Литература	4	Музыка	3
История	4	ОБЖ	5
Обществознание	4		

Коля посчитал средний балл своих годовых отметок и понял, что он ниже, чем требуется для поступления в физико-математический класс. Однако среди предварительных годовых отметок есть отметки, которые он может улучшить на 1 балл. Какое наименьшее количество предварительных годовых отметок ему необходимо улучшить, чтобы получить средний балл, требуемый для поступления в физико-математический класс? Запишите ответ и приведите решение.

Ответ: _____

Решение: _____

Новая квартира

Прочитайте текст и выполните задания 3 и 4.

Семья Ильиных купила квартиру с необычной планировкой. Ниже приведён план квартиры и указаны размеры. Особенности приобретённой квартиры:

- 1) санузел имеет форму равнобедренного прямоугольного треугольника;
- 2) гостиная-кухня и спальня имеют по три прямых угла;
- 3) вместо четвёртого угла спальня имеет округлую форму стены;
- 4) в обеих комнатах окна имеют прямоугольную форму и расположены по центру стены.



3. В таблице даны четыре утверждения, сделанных на основе информации из текста и плана квартиры. Поставьте знак «√» в соответствующих ячейках таблицы.

Утверждение	Верно	Неверно
1. Расстояние AB равно 3 м		
2. Площадь санузла в 2 раза меньше площади холла		
3. Расстояние между окнами равно 3,5 м		
4. Площадь гостиной-кухни составляет $37,5 \text{ м}^2$		

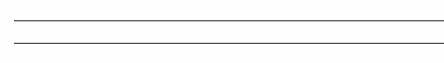
Место для записей



4. Чтобы приобрести материалы для отделки спальни, семье необходимо сделать некоторые расчёты. Вычислите периметр спальни (в метрах).
Для справки: Периметр — длина границы плоской фигуры (замкнутого контура).
 $C = 2\pi R$ — длина окружности;
 $S = \pi R^2$ — площадь круга, где R — радиус окружности. Считайте, что $\pi = 3,14$.

Ответ: _____

Решение: _____



Место для записей





Фрагменты пособия

«Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

Проверьте себя!

Ответы и комментарии к стартовым заданиям

Для каждого вопроса сверьте свой ответ и решение с ответом и решениями, приведёнными в таблице. По обозначенным критериям оцените свой ответ на вопрос и выставьте соответствующее ему количество баллов.

№ во-проса	Ответ	Критерии оценивания	Баллы
1	Ответ: 72	1 балл — дан верный ответ; 0 баллов — дан другой ответ ИЛИ ответ отсутствует	4
2	Ответ: Хватит. Возможный вариант решения: 1) $0,25 \cdot 1,2 = 0,3$ (м ²); 2) $0,4 \cdot 1,5 = 0,6$ (м ²); 3) $0,6 : 0,3 = 2$; 4) $2 \cdot 250 = 500$ (г); 5) $500 + 250 = 750$ (г); 6) $750 < 800$	2 балла — дан верный ответ и приведено верное решение; сравнение может быть сделано устно и в записи отсутствовать; 1 балл — из решения понятно, что находится, во сколько раз одна площадь больше другой и во сколько раз увеличивается расход пряжи на второй шарф; находится сумма двух расходов и сравнивается с 800 г, но есть ошибка	

А. Меньше.

Б. Больше.

Вариант объяснения:

Данное покрытие при всех сложных состояниях дороги дало значение, больше стандартного: $0,42 > 0,4$; $0,21 > 0,2$; $0,13 > 0,1$. Чем больше k , тем меньше тормозной путь

2 балла — верно даны оба ответа, к первому ответу дано объяснение;

1 балл — верно даны оба ответа, но объяснение не содержит фразу «при всех сложных дорожных условиях» и отсутствует сравнение тестового k со стандартным;

0 баллов — даны другие ответы ИЛИ ответы отсутствуют

Количество набранных баллов:

Максимальное количество баллов:

7

Понятна ли ситуация?

Фрагменты пособия

«Математическая грамотность.
Сборник эталонных заданий»

1. Вы прочитали текст «Аренда автомобиля». Составьте по нему вопросы, которые начинаются со слов: Что? Какой? Сколько? Почему?

Что _____ ?

Какой _____ ?

Сколько _____ ?

Почему _____ ?

2. Ответьте на вопросы по тексту.

А. Верно ли, что цена одной минуты использования автомобиля по базовому тарифу всегда составляет 5 рублей?

Б. Может ли цена одной минуты использования автомобиля по базовому тарифу быть меньше 5 рублей?

В. Влияют ли погодные условия на формирование цены?

3. Вспомните или узнайте, в какой из предложенных ситуаций используется поминутная оплата. Отметьте свой ответ знаком «✓».

Парковка автомобилей в аэропорту

Прокат велосипеда

Телефонные разговоры

Прокат шезлонга на пляже

Аренда квартиры

4. Цена одной минуты использования автомобиля составляет 5 рублей. Сколько рублей придётся заплатить за аренду машины на 12,5 минут при условии округления длительности поездки в большую сторону?

Ответ: _____

Знаете ли вы?

5. Сколько времени необходимо потратить Сергею, чтобы проехать расстояние в 8,4 км со средней скоростью 56 км/ч? Выразите время в минутах.

Приложение фирмы «Еду сам» предлагает Александру условия аренды машины, указанные в таблице.

7. Сколько стоит:

- А. 10 минут в пути;
- Б. 10 минут ожидания?

Базовый тариф	
В пути	8,5 руб./мин
Ожидание	3 руб./мин

8. Что дороже: одна минута в пути или одна минута ожидания? Во сколько раз примерно (округлите до целого)?

9. Александр был 10 минут в пути и 3 минуты провёл в машине, ожидая друга. Сколько рублей потратил Александр?

2. Во сколько раз увеличится площадь круга, если его радиус увеличить в 2 раза?

..

9. Как записать формулу для подсчёта стоимости C покупки и установки n колец, если стоимость одного кольца равна m , стоимость установки одного кольца равна p ?

7. Проанализируйте формулу тормозного пути и поставьте знак «✓» в соответствующих ячейках.

$$S = \frac{v^2}{254k}, \text{ где}$$

S — тормозной путь (м); v — скорость автомобиля в момент начала торможения (км/ч); k — коэффициент сцепления с дорогой.

Утверждение	Верно	Неверно
1. Чем больше начальная скорость, тем больше тормозной путь		
2. Во сколько раз увеличивается начальная скорость, во столько же раз увеличивается и тормозной путь		
3. При уменьшении коэффициента сцепления в 2 раза тормозной путь увеличивается в 2 раза		

8. Верна ли схема, изображающая зависимость тормозного пути от коэффициента сцепления шин с дорогой? Отметьте свой ответ знаком «✓».



- Да
 Нет

Всегда — Никогда — Иногда

11. Какое из приведённых в таблице утверждений верно всегда, какое утверждение — иногда, а какое — никогда?

Утверждение	Всегда	Никогда	Иногда
1. Тормозной путь прямо пропорционален квадрату скорости в момент начала торможения			
2. Тормозной путь прямо пропорционален коэффициенту сцепления шин с дорогой			
3. Если скорость автомобиля меньше 60 км/ч, то его тормозной путь составляет не более 20 м			

Приведите пример, когда утверждение, для которого вы выбрали ответ «иногда», верно, и пример, когда утверждение неверно.

Пример «утверждение верно»: _____

Пример «утверждение неверно»:

Пример и контрпример

13. Приведите пример условий аренды автомобиля, при которых 10 минут в пути и 5 минут ожидания будут стоить 115 рублей. Впишите ответ в таблицу.

Базовый тариф	
В пути	_____ руб./мин
Ожидание	_____ руб./мин

14. Утверждение «Чем больше скорость объекта, тем дольше он находится в пути» неверно. Приведите контрпример.

Контрпример: _____

Разные решения

12. Ученики решали задачу: Два одинаковых автомобиля, едущие со скоростью 50 и 70 км/ч по сухому асфальту, одновременно начинают экстренное торможение. Сколько метров проедет второй автомобиль после того, как первый автомобиль остановится?

Разберите решения учеников. Для каждого решения укажите, верно ли оно. Отметьте свой ответ знаком «✓».

Решение 1:

- 1) $70^2 : (254 \cdot 0,8) = 24,1$ (м) — тормозной путь первого автомобиля;
- 2) $50^2 : (254 \cdot 0,8) = 12,3$ (м) — тормозной путь второго автомобиля;
- 3) $24,1 - 12,3 = 11,8$ (м).

Ответ: 11,8 м.

Верно ли решение?

Да

Нет

Решение 2:

Разность скоростей равна $70 - 50 = 20$ км/ч, значит, разность тормозных путей равна $\frac{(70-50)^2}{254 \cdot 0,8} = \frac{400}{203,2} = 1,97$.

Ответ: 1,97 м.

Верно ли решение?

Да

Нет



Обучающие задания

Найдите ошибку

Фрагменты пособия

«Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

16. Перечитайте задание 7 ситуации «Автоматические выключатели» (с. 77). Разберите решения, предложенные учениками. Найдите все ошибки и неточности. Если в действии есть ошибки, отметьте его знаком «✓».

Решение 1:

- 1) $700 + 300 + 2000 = 3000$ ватт — сумма максимальных мощностей всех электрических приборов новой сети;
- 2) $\frac{3000 \cdot 1,2}{220} = \frac{360}{220} \approx 1,63$ ампера, а у нас 16 ампер.

Ответ: Нет, замена установленного автоматического выключателя не потребуется.

Решение 2:

- 1) $700 + 300 + 2000 = 3000$ ватт — сумма максимальных мощностей всех электрических приборов новой сети;
- 2) $\frac{3000}{220} \approx 13,64$ ампера, а у нас 16 ампер; значит, потребуется.

Ответ: Да, потребуется замена установленного автоматического выключателя.

Решение 3:

- 1) $220 \cdot 16 = 3520$ (ватт) — максимальная мощность нагрузки на сеть;
- 2) $3520 \cdot 0,8 = 2816$ (ватт) — сумма максимальных мощностей всех электрических приборов данной сети;
- 3) $700 + 300 + 700 + 2000 = 3700$ ватт $>$ 2816 ватт.

Ответ: Да, потребуется замена установленного автоматического выключателя.

13. Семиклассники провели эксперимент: они измерили тормозной путь велосипедиста при движении с различными скоростями по дороге, покрытой ледяной коркой. Результаты измерений занесены в таблицу. Найдите ошибку и исправьте её.

Скорость велосипедиста, км/ч	Тормозной путь, м
10	3,2
15	7,2
18	8,1
20	12,8



СОСТАВЬТЕ СВОЁ ЗАДАНИЕ

к ситуации «Дорожное покрытие»

Фрагменты пособия

«Математическая грамотность.
Сборник эталонных заданий»

1. Продолжите составление задачи на отыскание значения коэффициента сцепления шин с дорогой. Данные о скорости движения автомобиля задайте самостоятельно.

Ваша задача: Для автомобиля, двигавшегося со скоростью _____ км/ч, тормозной путь составил 15 м. Определите значение коэффициента k сцепления шин с дорогой. Результат округлите до _____ .

3. Составьте задачу об определении дорожных условий движения автомобиля. Учитывайте стандартные значения коэффициента k сцепления шин с дорогой с асфальтовым покрытием при сложных дорожных условиях, указанные в таблице выше. Длину тормозного пути и скорость движения автомобиля задайте самостоятельно.

Ваша задача: _____

Анализ результатов выполнения заданий

Заполните таблицы и проанализируйте свои результаты.

МОДУЛЬ 1

Таблица 1

Сравнительный анализ результатов выполнения стартовых и итоговых заданий

Название ситуации	Вопрос	Стартовые задания		Итоговые задания	
		Максимальный балл	Набрано баллов	Максимальный балл	Набрано баллов
Аренда автомобиля	1				
	2				
Устройства для хранения информации	3				
	4				
Блины	5				
	6				
	7				
Всего:					

Фрагменты пособия «Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий»

Таблица 2

Анализ результатов выполнения обучающих заданий

Название ситуации	Обучающие задания к ситуации		
	Максимальный балл	Набрано баллов	Процент от максимального балла
Аренда автомобиля			
Устройства для хранения информации			
Блины			
Всего:			



Рекомендации по планированию и организации деятельности учителей

- Встраивать практико-ориентированные сюжеты и задачи в **урочную деятельность**
- Встраивать в **традиционный** курс, в проверенную методику
- **Систематически** использовать задания, построенные на реальных жизненных сюжетах
- Подходить комплексно к планированию формирования МГ, увязывать с формированием **метапредметных результатов обучения**
- Формировать МГ **дифференцированно**. Не ограничиваться заданиями порогового уровня. Предлагать более сложные задачи, развивать функциональную грамотность высоких уровней. Предлагать каждому и простые и сложные задачи.
- Использовать потенциал **проектной деятельности** (выполнять в группах и на протяжении некоторого времени)
- Использовать ресурсы различных **объединений учителей**: методических объединений, ассоциаций, сетевых сообществ



5–8 классы

«МАТЕМАТИКА ВОКРУГ НАС» КВЕСТ-ИГРА

Цель: формирование метапредметных и универсальных учебных действий с учетом реальных потребностей и интересов в обучении и познании.

Задачи: формировать умение применять алгоритм вычислений при выполнении различных заданий практического характера; развивать умение анализировать, сравнивать, делать выводы; развивать устную речь; воспитывать умение высказывать свою точку зрения, слушать других, принимать участие в диалоге; формировать способность к позитивному сотрудничеству.

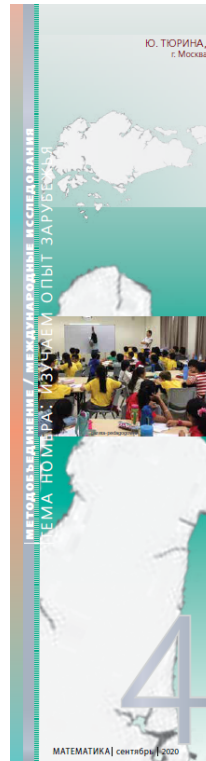
Участники мероприятия: учащиеся 5–8-х классов; волонтеры — учащиеся 10-х классов; педагоги-модераторы на станциях игры-квеста.

Обеспечение мероприятия: на каждой станции есть бумага, ручки, карандаши для участников; задания для команд; карточки с номерами станций; специальные жетоны прохождение станций; присутствуют волонтеры и педагог.

о проведении: школьные кабинеты (если игра проходит в помещении) или веранды.

продолжение: 60–80 минут.

о проведении: интерактивная игра-соревнование



Опыт средних школ Сингапура

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ВЫПУСКНЫХ ЭКЗАМЕНОВ

Цели и ключевые моменты обучения математике в средней школе Сингапура

Изучению математики в средних Сингапура уделяется большое значение. Создатели школьной программы определяют цели математического обучения так:

1) обеспечить условия учениками математических знаний и навыков на уровне, который позволяет им эффективно действовать в повседневной жизни;

2) для учеников, проявивших интерес и способности, создать возможность усвоить больше математических тем и навыков, чтобы они могли изучать математику или тематические курсы на следующей стадии обучения.

Чтобы достичь этого, создатели сингапурской школьной программы выделяют такие ключевые моменты:

1) продолжать развивать в средней школе у учащихся умение владеть важнейшими математическими процессами такими, как умение рассуждать, умение коммуницировать и умение строить математические модели;

2) развивать все большее знание природы математики и центральных идей этой дисциплины, создавая все большее понимание связей между разными математическими темами, чтобы у учащихся выработалось более глубокое и полное понимание математики и чтобы им больше нравилась эта дисциплина;

3) стараться помочь ученикам формировать в себе мета-когнитивные способности, а для этого помочь им развивать рефлексию и навыки самонаправленного обучения^{*}.

Несмотря на то, что при обучении математике большое внимание уделяется выработке умения решать задачи из реальной жизни, создатели школьной программы по математике считают не менее важным умение понимать абстрактную сущность математических объектов, обобщить их свойства, что позволяет расширить область их применения. В сингапурской школьной программе отмечается, что «Процесс абстрагирования находится в самой серд-

^{*} Самонаправленное обучение (self-directed learning) — процесс, в котором учащиеся по собственной инициативе определяют свои учебные курсы, формируют цели обучения, идентифицируют ресурсы для обучения, выбирают стратегии обучения и осуществляют, а также оценивают результаты обучения. Этот процесс является не «мудрости на слова» и «идею ставящую наизусть».



6–9 классы

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ

Летом этого года издательством «Прозвещение» был организован конкурс задач, направленных на формирование функциональной математической грамотности. Организатор конкурса — ведущий методист отдела методической поддержки педагогов и образовательных организаций издательства Е.Д. Зубова. В данном материале мы представили наиболее интересные задания, присланные на конкурс учителями математики и методистами.

Н. НИКОЛАЕВА,
niktik2000@mail.ru,
г. Волгоград

Задание 1. Оплата проезда

Комментарий. Валиде предназначено для учащихся начиная с 6-го класса, кроме задачи 3(а), которую можно решать начиная с 8-го класса.

В городе Волгоград существуют следующие способы оплаты проезда: за наличный расчет и с использованием Волгоградской транспортной карты (ВТК).

Наличный расчет: стоимость одной поездки на всех видах транспорта (выбуст, троллейбус, трамвая, скоростной трамвая) 25 руб.

ВТК — пополняемая карта для оплаты проезда в пассажирском транспорте г. Волгограда, может использоваться любой категорией граждан. Существует четыре различных транспортных тарифа, тариф можно менять ежемесячно, действует с 1 числа каждого месяца. Стоимость проезда по каждому из тарифов представлена в таблице (август с. 10).

Задача 1. Ирина Васильевна на работу добирается на троллейбусе, а обратно — на скоростном трамвае. Она постоянно пользуется тарифом «Универсальный». Стоит ли ей менять тариф на следующий месяц, если в нем 24 рабочих дня? 27 рабочих дней?

Задача 2. Валерий Петрович работает на двух предприятиях (шестидневная рабочая неделя). Утром он на автобусе доезжает до предприятия 1, а после обеда на скоростном трамвае — до предприятия 2. По окончании рабочего дня он без пересадки на автобусе доезжает до дома.

В таблице 1 представлен произвольный календарь на 2020 г. при шестидневной рабочей неделе, в котором рабочие дни обозначены черными клетками.



Л. РОСЛОВА,
г. Москва

Фото автора

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ ОТВЕТЫ НА АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

■ На традиционных августовских конференциях, прошедших в этом году, мне пришлось много рассказывать про исследование PISA и формирование функциональной математической грамотности. Учителя задавали много вопросов, на которые я и изложу свою точку зрения в этой статье.

Как подготовить школьника к международным исследованиям в 2022 году по математическому направлению?

Да, действительно, много сказано о том, что наши школьники не слишком успешны в исследованиях PISA, и о поставленной задаче добиться успеха на нашей стороне в доступной и наиболее качественном образовании. Все верно. Только хочется напомнить,

Бра-
ука-
ами
ниг-
зой
кой)
:ма-

: до-
: се-
: ня-
: нет
: не

Литература

- **Результаты международного исследования PISA 2018.** Публикации [Электронный ресурс]. <http://www.centeroko.ru>
- **Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий.** Выпуск 1. Учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 1, Ч.2 / [Г. С. Ковалёва и др.] ; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л.О.Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. (Функциональная грамотность. Учимся для жизни)
- **Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий.** Выпуск 2. Учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 1, Ч. 2 / [Г. С. Ковалёва и др.] ; под ред. Г. С. Ковалёвой, Л.О.Рословой. — М. ; СПб. : Просвещение, 2020. (Функциональная грамотность. Учимся для жизни) (в печати)
- **Журнал «Математика».**- 2020.- №2, 6, 7, 8, 10. - [Электронный ресурс]. <https://raum.math.ru/node/179>
- **Алгебра. 9 кл.:** учебник / под ред. Г.В. Дорофеева. – М. : Просвещение, 2019.
- **Алгебра. 9 кл.:** учебник / Е.А. Бунимович и др. – М. : Просвещение, 2019. («Сферы»)
- Электронный ресурс. <http://www.skiv.instrao.ru>
- **Schleicher A.** Key questions for mathematics teachers and how PISA can answer them. 42nd meeting of the PISA Governing Board Brasilia, Brazil. 2016

Спасибо за внимание!
Будьте здоровы!

Лариса Олеговна Рослова
roslova.math@yandex.ru